小作业

1. 图为正五边形中间有一点

(1) 计算 average path length

average path length 定义为最短路径，所有路径的条数为组合 C(5, 2) = 15. 至于算长度之和，可以采用从中心开始，计算和其他点的路径后逐一移除点的方法（为了不重复计算）

avgPath = [5 + (2* 1 + 2 * 2) + (1 * 1 + 2 * 2) + (1 * 1 + 1 * 2) + 1 * 1] / 15

= 4 / 3

(2) 计算 Diameter

直径为 2

(3) 计算 average cluster coefficient:

闭合三角形/所有三角形 = 5 / 10

= 1 / 2

(4) 计算 average degree

(3 * 5 + 5) / 6

= 10 / 3

(5) 计算 core values

把 k=3 的节点及联移除后，不剩任何节点。所以此图为 3-core

(6) 计算中点的 node betweenness

观察到最短路径距离为 2 的两点才会有 0.5 的 betweenness。

因此，数一下可知中点的 betweenness 为

5 * (1/2) = 2.5

(7) 计算 e01 的 edge betweenness

e01 本身是(0, 1)的最短路径，此外(1, 4), (1, 5)也会经过它，其它都是在绕远。

于是 edge betweenness 为：

1 + 0.5 + 0.5 = 2

2. 不行。这里给出本题的两个比较直观的解法：

方法 1: 节点反转法

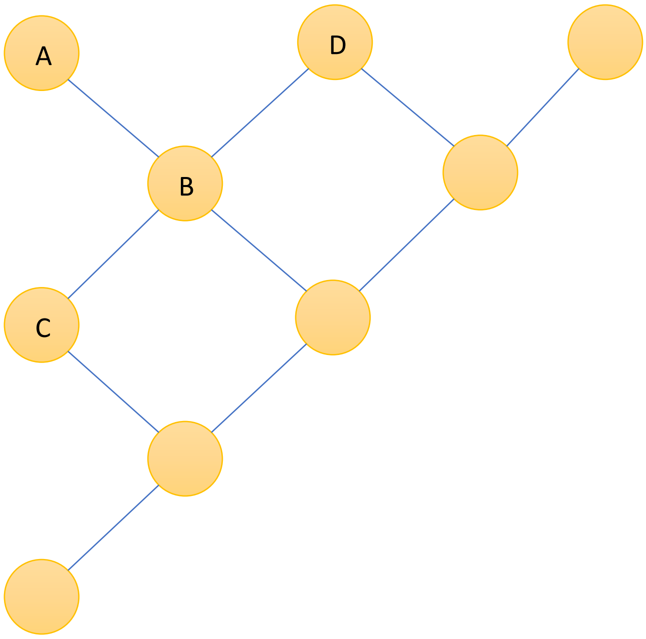
由于本题要求每个节点只经过一次。欧拉图是解决路径问题的。因此在黑白棋盘中白色看成节点，黑色看成路径。画图后用七桥问题来解即可。但是这么解看起来比较烦，因此我们有解法 2

方法 2:

直观分析，先把黑色的点连起来形成图。如下图所示，观察到左上和右下独立出来没有回头路，若想只经过一次，这两个必须分别为起点和终点。

不妨以左上 A 为起点（右下同理），到达 B 后我们发现：C 和 D 都是要求路过的，且到达这两点的其中一条路已经被 B 堵死。我们只能选择一个出去，但不论从哪出去，想到达另外一点，只能走那条没被 B 堵死的活路回来。然而一旦回来就彻底出不去了。这里有一个特例，就是如果 C 或 D 为终点的情况下可解，但是我们已经假设右下角为终点了，矛盾。

因此不行。这个推理和欧拉路径的思路极为相似。



3. 我们把该题和 Barabási–Albert model 做对比，结论非常有趣
首先来分析 Barabási–Albert model，注意到按照如下算法，所有节点和新节点建立连接的概率之和为 1。

$$\Pi(k_i) = \frac{k_i}{\sum_j k_j}.$$

每新增一个节点，当趋向于很大时，除了这个节点入场时会和别人建立一条连接（总期望为 1，其中当前度 k 最大的节点最容易和它建立连接），其余任何时刻该节点被连接的概率为：1/节点度之和，趋近于 0。在此情况下，每增加一个节点，原来小户们只能看着寡头们瓜分财富，和自己没有半点关系，差距也会逐渐拉大，绝望~
分布符合 power law.
我们再考虑本题的情况，这个加起来概率不为 1：

$$\Pi_i = 1 - \frac{k_i}{\sum k_j}, \quad i = 1,2,\ldots$$

其实容易看到，在上面模型相同的条件下，每增加一个节点增加链接数的期望为 n-1. 正比于 n，因此总连接数是自然增加的。对于连接分布，不难猜到是一个均匀分布 uniform distribution，因为一旦节点度数加增大，便会有连接概率减小的惩罚，如果这个概率有极限它一定趋于 1/n. 这个好比共产主义。

对比二者，Barabási–Albert model（假如放到社交场景下）会造成节点网络的参与网络的意愿逐渐降低成为僵尸。对于大多数份额极少的参与者，不如放弃努力躺着不动。再看模型 2，大家都有肉吃是建立在总资源正比于 n 增加的前提下的，这是很理想化的。此外，度数比较大是会受到系统惩罚的，还是躺着不动吧。

综上所述，躺着不动是一个很好的策略 Orz